Fundación Telefónica Panamá

Fundación para el Desarrollo Sostenible de Panamá

Universidad de Panamá
Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y Tecnología
Departamento de Matemática

PROYECTO MATHLAB 2017

Folleto

"Conceptos Básicos de Geometría Plana"

Este folleto fue preparado por las Profesoras de Matemática:

ANALIDA ARDILA, MAYRA MURILLO,

MARLENE LARRIVA, EDILMA JUDITH DÍAZ

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN

A pesar de que las matemáticas son necesarias en todos los ámbitos de la vida, existe un alto índice de fracaso escolar en dicha disciplina, tal como señalan diversas evaluaciones tanto a nivel nacional como internacional, siendo muchos los alumnos que generan actitudes negativas hacia la materia, manifestando a veces aversión y/rechazo hacia esta disciplina. La aparición de estas actitudes podría estar relacionada con los fracasos en el aprendizaje de las matemáticas.

Este trabajo está dirigido a los maestros de grado, y pretende afianzar los conceptos de Geometría básica que se enseña a nivel primario.

Se comienza con los temas usuales del currículo de la Geometría básica en la enseñanza primaria, los términos no definidos, ángulos, polígonos, triángulos y, por último, pero no menos importante, la circunferencia y círculo.

Además, se pretende realizar actividades concretas como doblados de papel y se utilizan algunos recursos didácticos como: geoplano, tangram, juego de geometría, y otros, que apoyen al maestro en la enseñanza de estos conceptos en el aula de clases.

La Geometría aquí desarrollada se presenta en forma lógica y deductiva. Se parte de un esquema de orden; cada concepto viene acompañado de un dibujo ilustrativo para enfatizar el papel de la imaginación visual en el razonamiento geométrico.

Para afianzar los conocimientos se presentan talleres que se desarrollarán en grupos o equipos de trabajo.

TÉRMINOS NO DEFINIDOS DE LA GEOMETRÍA

Los términos no definidos de la Geometría son el punto, la recta y el plano; los cuales se consideran como entes geométricos fundamentales. Solo se puede tener una idea abstracta de ellos, y que no es posible definirlos con el uso de los elementos ya conocidos. Sin embargo, es posible definirlos en base a postulados, que determinan relaciones entre estos entes fundamentales.

Punto: Es la mínima unidad indivisible de la geometría. No posee dimensiones, sin embargo, representa una posición en el espacio. Gráficamente, se representa como un signo de puntuación y se les denota con una letra mayúscula.

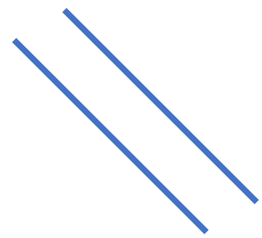
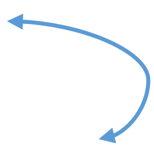
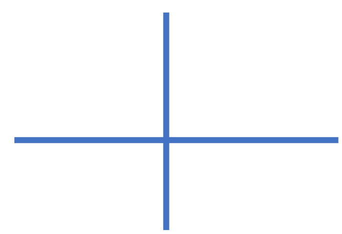
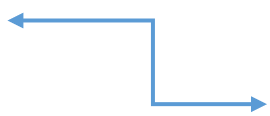
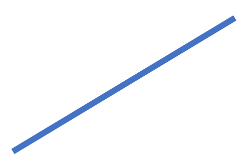
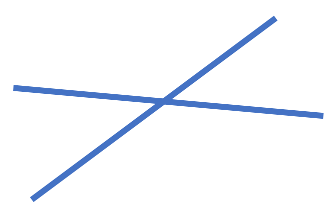
(**. A**) Se lee el punto A (**.B**) Se lee el punto B

Ejemplos concretos de punto:

- Una manchita en el tablero
- La huella que deja un lápiz bien afilado sobre una hoja de papel

Línea: Es la representación de una sucesión continua e indefinida de puntos en el espacio. Presenta una sola dimensión que es la ***longitud***.

Las líneas se pueden clasificarse según su forma, posición en el espacio y por las relaciones que hay entre ellas

CLASIFICACIÖN DE LAS LÍNEAS		
Forma	**Posición en el Espacio**	**Relaciones entre ellas**
a) **Línea Recta:** Es una sucesión infinita de puntos que tienen una misma dirección. 	a) **Línea vertical:** Es la línea recta que se traza de arriba hacia abajo o viceversa.	a) **Líneas Paralelas:** son aquellas que al prolongarse indefinidamente nunca se cortan. 
b) **Línea Curva:** Es aquella sucesión infinita de puntos que cambia constantemente de direcciones en sus dos sentidos. 	b) **Línea Horizontal:** Es la línea recta que se traza de derecha a izquierda o viceversa, es una línea “acostada”.	b) **Líneas Perpendiculares:** Son aquellas que se cortan en un punto formando cuatro ángulos rectos. 
c) **Línea Quebrada:** Es aquella línea constituida por 2 o más líneas rectas que tienen diferentes direcciones. 	c) **Línea Oblicua:** Es las líneas rectas que están entre horizontal y la vertical. 	c) **Líneas secantes**: son líneas que se cortan en un punto, que forman cuatro ángulos, pero ninguno es recto. 
d) **Línea Mixta:** Es aquella línea constituida por una o más líneas rectas y una o más líneas curvas 		

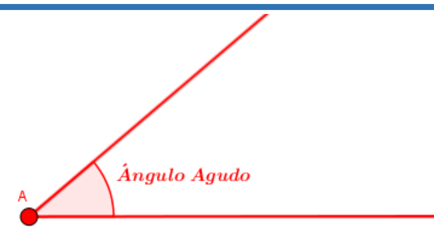
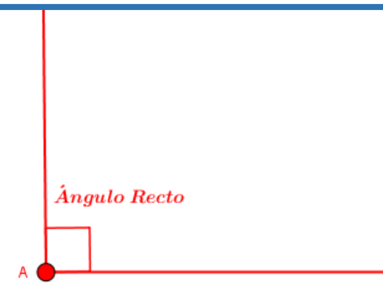
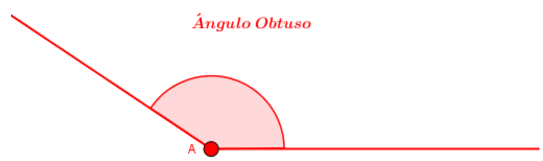
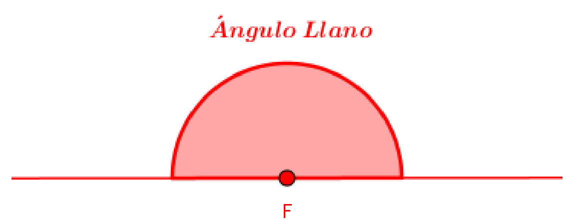
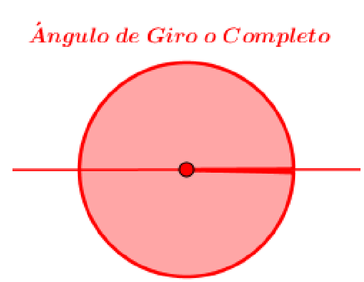
Semirrecta: Está formado por los puntos de la recta que se encuentran a partir del punto fijo en dicha recta llamada origen.

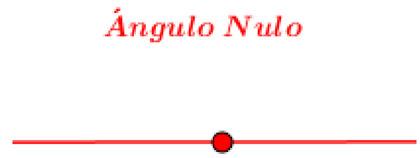
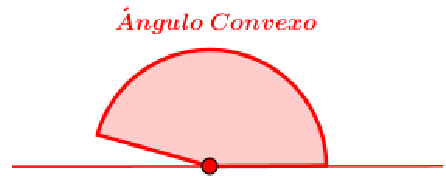
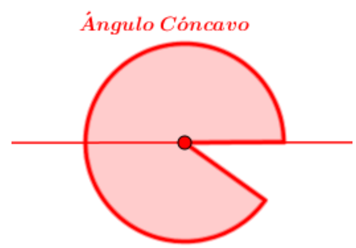
Segmento: Es el conjunto de puntos de la recta que se encuentran entre dos puntos fijos A y B llamados extremos.

Ángulo: Es la amplitud entre dos semirrectas con un mismo origen llamado vértice. Las semirrectas son los lados del ángulo. Los ángulos se representan con una letra mayúscula, también podemos usar tres letras mayúsculas de manera que quede en medio la letra que está situada en el ángulo.

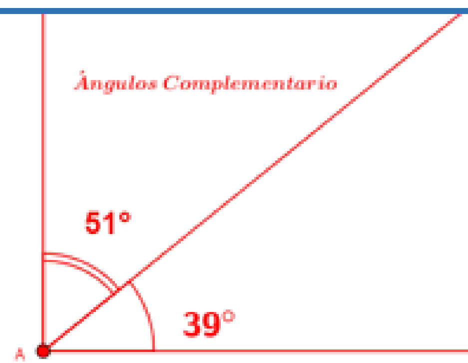
Se considera la circunferencia dividida en 360° partes iguales, cada división parte de la circunferencia se llama grado que es una unidad de medida de ángulos, cada grado mide 60 minutos y cada minuto mide 60 segundos.

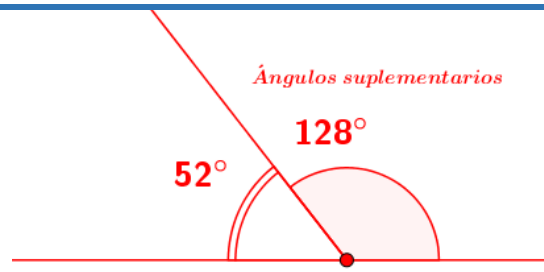
Los ángulos se clasifican de acuerdo a su magnitud, en agudos, recto, obtuso, llano y de giro o ángulo completo.

CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS SEGÚN SU MAGNITUD	
a) **Ángulo Agudo**: Es aquel que mide menos de 90°.	
b) **Ángulo Recto:** Es el que mide 90°.	
c) **Ángulo Obtuso:** Es aquel que mide más de 90° y menos de 180°.	
d) **Ángulo Llano:** Es aquel que mide 180°.	
e) **Ángulo de Giro o Completo**: Es aquel que mide 360°.	

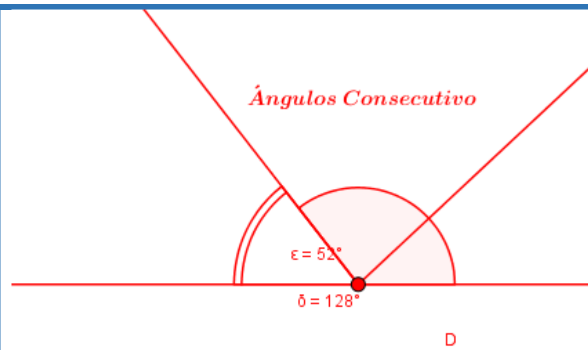
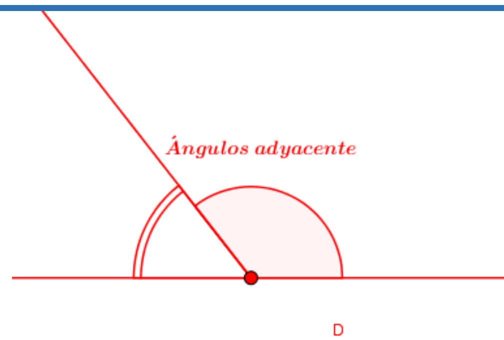
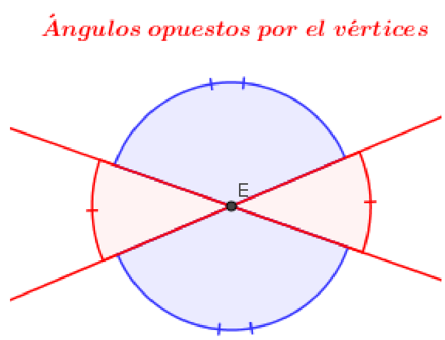
f) **Ángulo nulo:** son aquellos que miden 0°.	
g) **Ángulo Convexo:** son los mayores de 0° y menores de 180°.	
h) **Ángulo Cóncavo:** son aquellos mayores que 180° y menores de 360°.	

Los ángulos también se clasifican por sus características: en ángulos complementarios y suplementarios.

CLASIFICACIÓN POR SUS CARACTERISTICAS	
a) **Ángulos complementarios:** son dos ángulos que sumados valen un ángulos recto, es decir, 90°.	

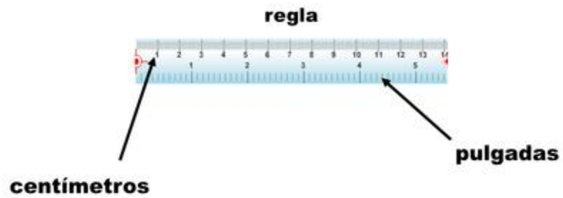
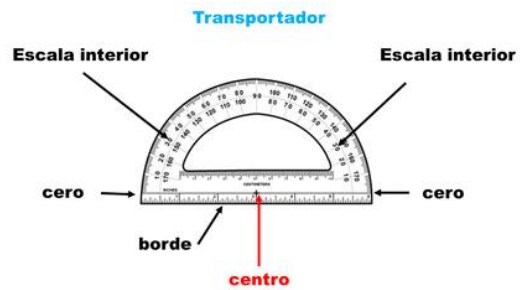
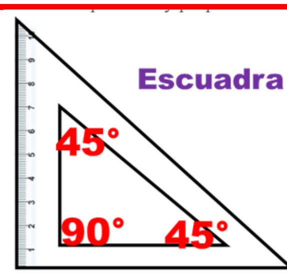
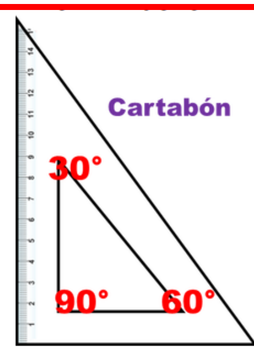
b) **Ángulos Suplementarios:** son dos ángulos que sumados valen dos ángulos rectos, o sea 180°.	

Los ángulos también se clasifican por su posición en Adyacentes, consecutivos y opuestos por el vértice

CLASIFICACIÓN DE ÁNGULOS SEGÚN SU POSICIÓN	
a) **Ángulos Consecutivos:** Son aquellos que teniendo el mismo vértice y un lado común, se encuentran a uno y otro lado del lado común	
b) **Ángulos adyacentes:** Son dos ángulos consecutivos cuyos lados no comunes son rayos opuestos.	
c) **Ángulo Opuestos por el vértice:** Son aquellos cuyos lados de uno son las prolongaciones en sentido contrario de los lados del otro. Son iguales.	

EL JUEGO DE GEOMETRÍA

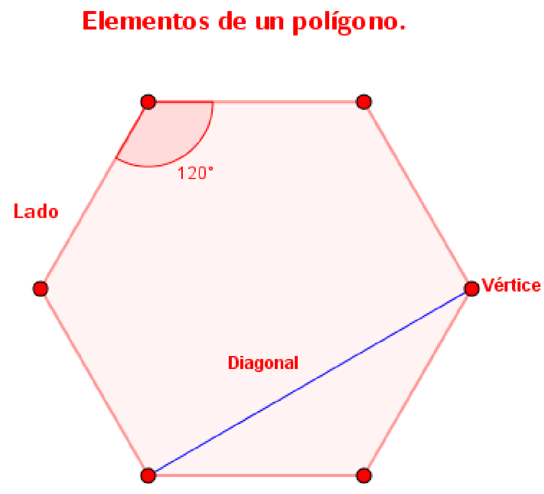
El Juego de Geometría es un recurso didáctico para la construcción de las representaciones geométricas que hacemos para apoyar la comprensión de esta área de la Matemática.

INSTRUMENTOS DEL JUEGO DE GEOMETRIA	
a) **La Regla:** Es rectangular y tiene dos escalas graduadas de medidas de longitud, en un lado son centímetros y en otro son pulgadas. Es muy útil en los trazos rectilíneos.	
b) Es una media circunferencia que tiene grabadas dos escalas del 0 al 180°, una de izquierda a derecha, y otra de derecha a izquierda. Cuenta con un centro que tiene diferentes formas según el transportador: puede ser un punto, una cruz, unas líneas perpendiculares. Es importante ubicarlo porque de él parte la medida de todo ángulo.	
c) Es un triángulo rectángulo isósceles porque tiene un ángulo recto y dos lados iguales. Los otros dos ángulos del triángulo miden 45° Es muy útil para el trazo de líneas paralelas y perpendiculares, junto con el cartabón.	
d) Es un triángulo rectángulo escaleno porque tiene un ángulo recto y sus tres lados son diferentes. Los otros dos ángulos del triángulo miden 60° y 30°. Es muy útil para el trazo de líneas paralelas y perpendiculares, junto con la escuadra.	

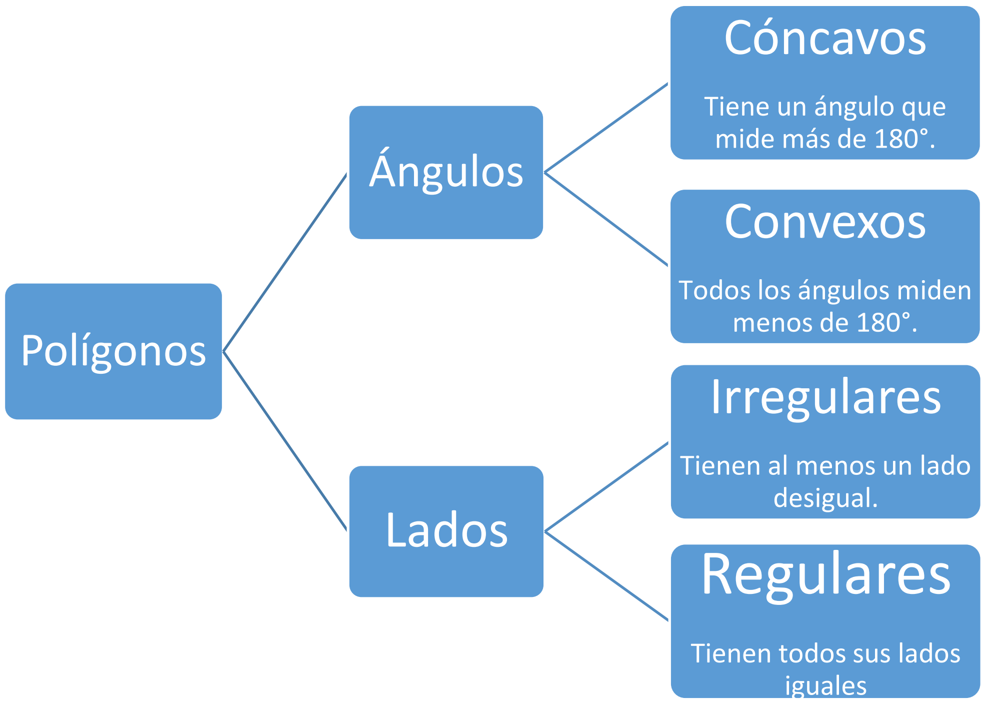
e) **Compás:** constan de dos partes, una con una punta, que es la que corresponde al centro; y otra con una puntilla, que es con la que se realiza el trazo. Se utiliza para realizar trazos de circunferencia, círculos y arcos.	

POLIGONOS

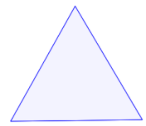
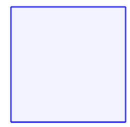
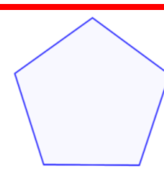
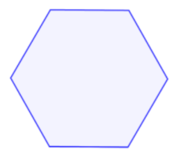
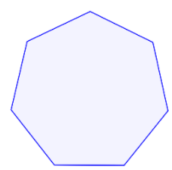
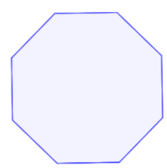
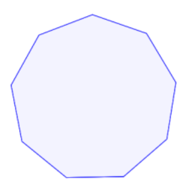
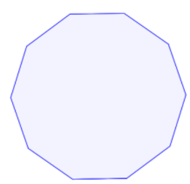
Polígono: Es la superficie plana limitada por una línea poligonal cerrada. Los elementos de un polígono son: vértices, lados, ángulos y diagonales.

ELEMENTOS DE LOS POLIGONOS	
Lados: Son los segmentos que limitan al polígono.	
Vértices: Son el punto donde concurren dos lados del polígono.	
Diagonales: Son los segmentos que determinan dos vértices no consecutivos.	
Ángulos Interiores: Son los determinados por dos lados consecutivos del polígono.	

Los polígonos se clasifican según sus ángulos en cóncavos y convexos; y según sus lados en regulares e irregulares.

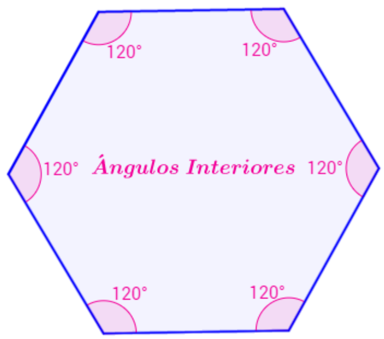


Los **polígonos regulares** tienen todos sus lados y ángulos iguales, y se clasifican por el número de lados en:

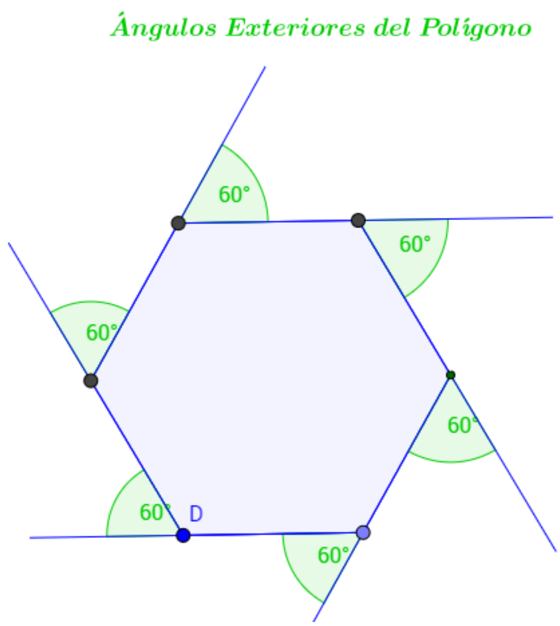
CLASIFICACIÓN DE LOS POLIGONOS REGULARES		
LADOS	**POLÍGONO**	**FIGURA**
3	**Triángulo:** Tiene 3 lados iguales.	
4	**Cuadrado:** Tiene 4 lados iguales.	
5	**Pentágono:** Tiene 5 lados iguales.	
6	**Hexágono:** tiene 6 lados iguales.	
7	**Heptágono:** Tiene 7 lados iguales.	
8	**Octágono**: Tiene 8 lados iguales	
9	**Eneágono:** Tiene 9 lados iguales.	
10	**Decágono:** Tiene 10 lados iguales.	

ÁNGULOS INTERNOS Y EXTERNOS DE UN POLIGONO

Los **ángulos internos** de un polígono regular son iguales. Ejemplo: los ángulos internos de un Hexágono miden todos 120° grados.



Los **ángulos externos** de un polígono también tienen las mismas medidas. Ejemplo los ángulos externos del Hexágono miden 60°.



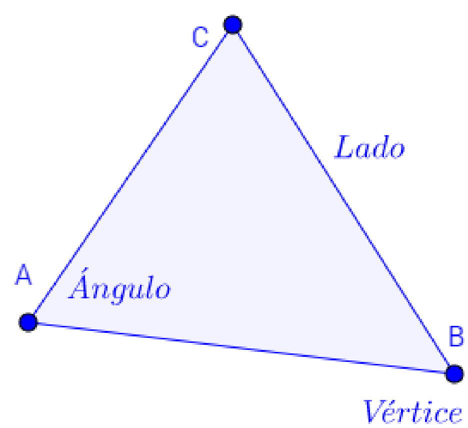
Un ángulo interno y un ángulo externo de un polígono son suplementarios. Ya que la suma da 180°.

TRIÁNGULOS

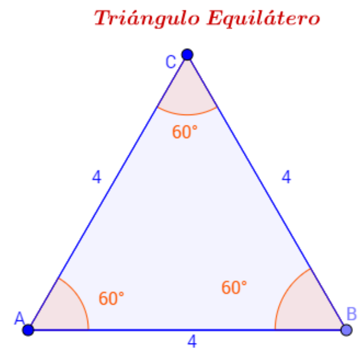
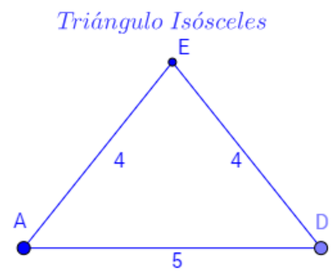
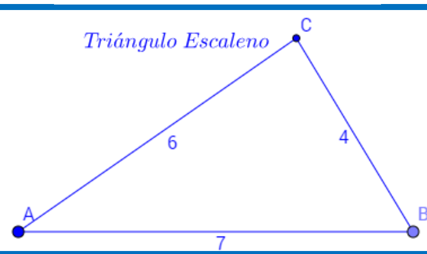
Triángulo: Figura geométrica formada por tres lados y tres ángulos.

El triángulo está determinado por tres segmentos de recta que se denominan **lados**, o por tres puntos no alineados llamados **vértices.**

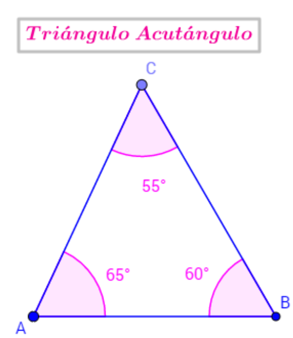
Los elementos de un triángulo son: lados, vértices y ángulos.

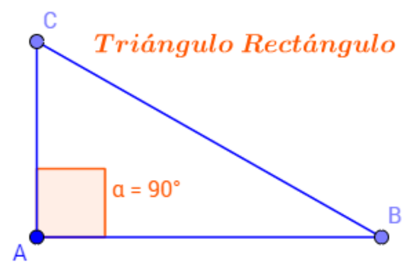
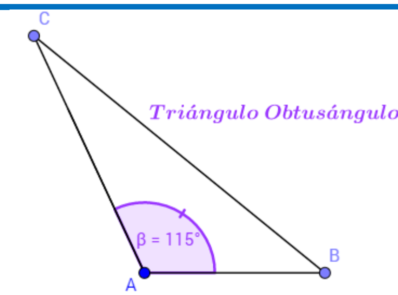
<table>
<tr><th colspan="2">ELEMENTOS DEL TRIÁNGULO</th></tr>
<tr><td>Lados: Se escriben con letras minúscula, con la misma letra de los vértices opuestos.</td><td rowspan="3">
</td></tr>
<tr><td>Vértices: Es el punto donde se cortan las rectasy se escriben con letras mayúsculas.</td></tr>
<tr><td>Ángulos:. Se llama "ángulo" a la amplitud entre dos lados del triángulo que concurren en un punto llamado vértice. Se escribe igual que los vértices con letras mayúsculas</td></tr>
</table>

Los triángulos se clasifican de acuerdo a sus lados en: Equilátero, Isósceles y Escaleno.

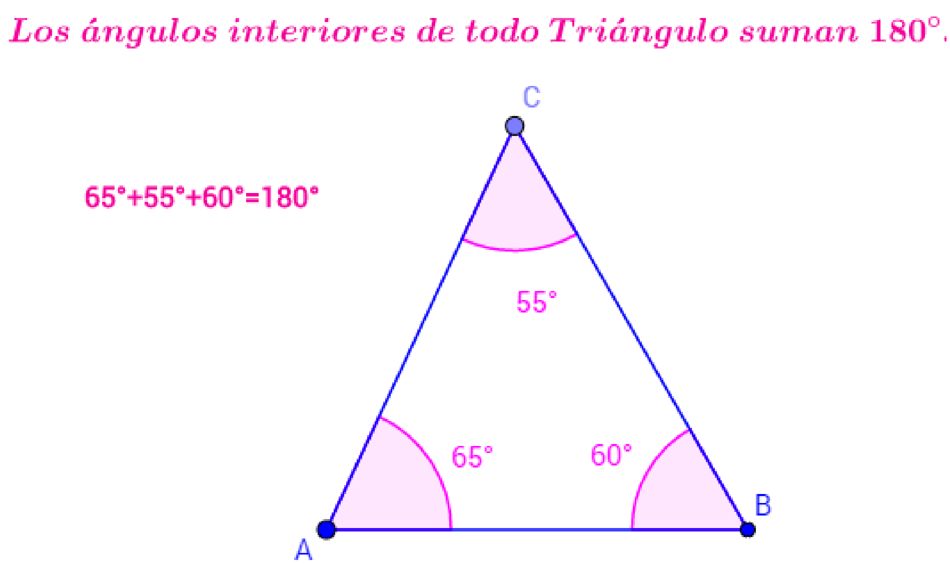
CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS SEGÚN SUS LADOS	
Equilátero: Es aquel que tiene todos sus lados iguales y todos sus ángulos iguales.	
Isósceles: Es aquel que tiene dos lados iguales.	
Escaleno: es aquel que tiene todos sus lados desiguales.	

Los triángulos también se clasifican atendiendo a sus ángulos como: Acutángulo, rectángulo y obtusángulo.

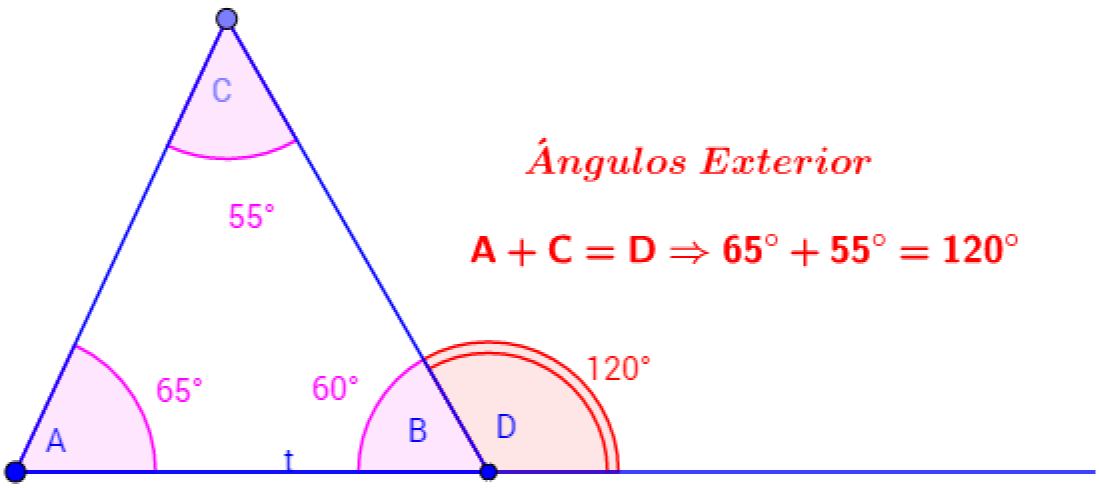
CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS SEGÚN SUS ÁNGULOS	
Acutángulo: es aquel en que todos sus ángulos miden menos de 90°.	

Rectángulo: Es aquel que tiene un ángulo recto, es decir un ángulo que mide 90°.	
Obtusángulo: Es aquel que tiene un ángulo que mide más de 90° pero menos de 180°	

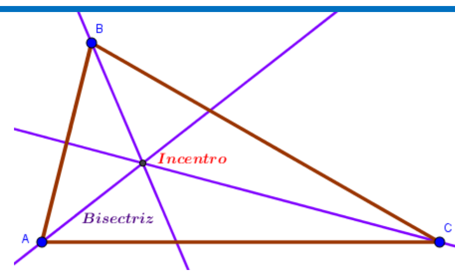
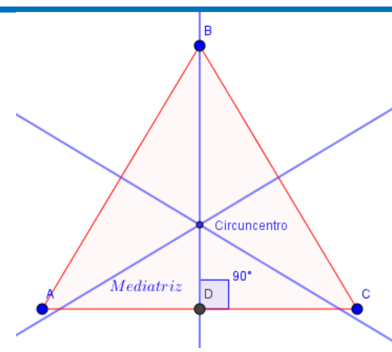
Teorema sobre ángulos internos de un triángulo: Los ángulos internos de todo triángulo suman 180°.

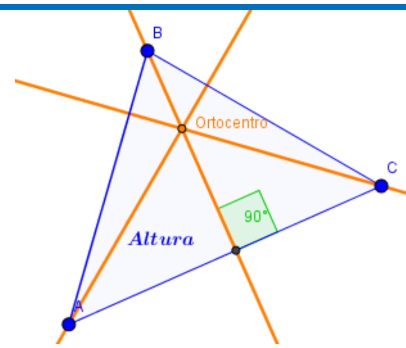
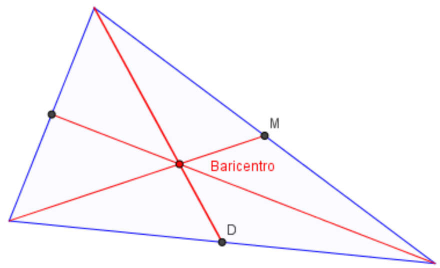


Teorema para ángulos externos de un triángulo: Un ángulo externo de un triángulo es igual a la suma de los ángulos internos no adyacentes a él.



Rectas y puntos notables en el triángulo: En los triángulos se puede denotar un grupo de rectas y puntos muy importantes. Entre las rectas notables más conocidas de un triángulo se pueden nombrar las mediatrices, las medianas, las alturas y las bisectrices; cada una de estas rectas notables determina cierto punto notable: Circuncentro, baricentro, ortocentro e incentro, respectivamente.

RECTAS Y PUNTOS NOTABLES DE UN TRIÁNGULO		
RECTAS	**PUNTOS**	**FIGURA**
Bisectriz: Es la recta que divide al ángulo en dos partes iguales.	**Incentro:** El punto donde se cortan las tres bisectrices de un triángulo.	
Mediatriz: Son las rectas perpendiculares a cada uno de los lados en sus puntos medios.	**Circuncentro:** El punto donde se cortan las tres mediatrices de un triángulo.	

Altura: Es la recta perpendicular que parte del vértice hacia el lado opuesto del triángulo.	**Ortocentro:** El punto donde se cortan las tres alturas de un triángulo.	
Mediana: Es la recta que van desde un vértice al punto medio del lado opuesto del triángulo.	**Baricentro:** El punto donde se cortan las tres medianas de un triángulo.	

Área y Perímetro de un Triángulo: El perímetro de un triángulo es igual a la suma de la longitud de sus lados.

Ejemplo:

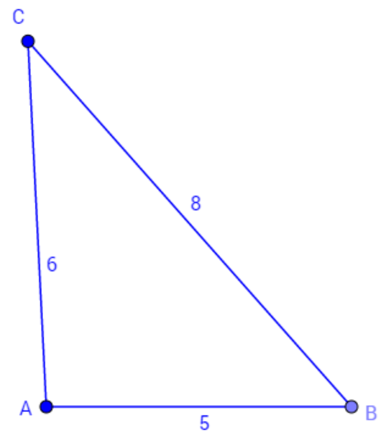
Hallar el perímetro de un triángulo cuyos lados miden 5 cm, 6 cm y 8 cm.

Solución:

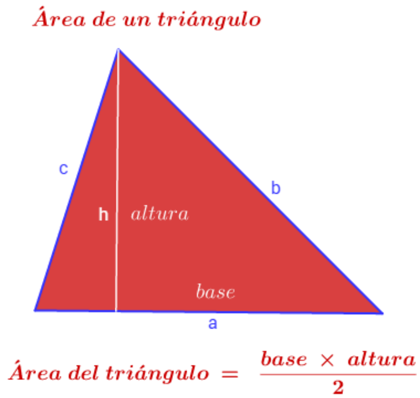
Se suman los valores de los lados del triángulo. Así

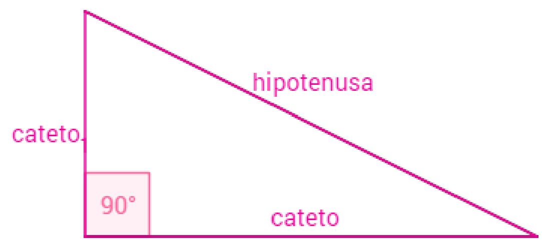
$$\boldsymbol{P = 5\,cm + 6\,cm + 8\,cm = \ 19\,cm.}$$

El perímetro del triángulo dado es 19 cm.



El **área del triángulo** es la superficie que queda encerrada por los lados.

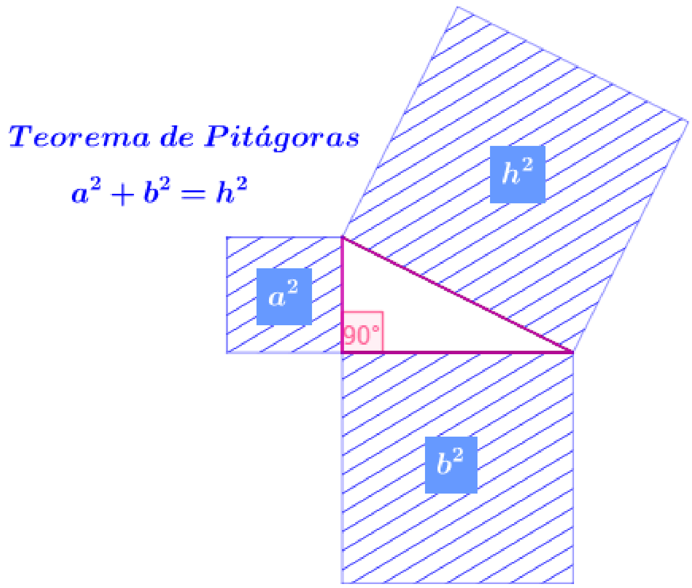




El **área de un triángulo** se calcula multiplicando base por altura dividido por 2. La **base** del triángulo es cualquiera de sus lados y la **altura** como ya sabemos es la recta perpendicular que sale del vértice hacia el lado opuestos del triángulo (base).

Recordemos que un triángulo rectángulo es un triángulo que tiene un ángulo recto, es decir de 90º.En un triángulo rectángulo, el lado más largo recibe el nombre de **hipotenusa** y los otros dos lados que forman el ángulo recto se llaman **catetos**.

Teorema de Pitágoras: en un triángulo rectángulo, el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas los cuadrados construidos sobre



los catetos.

Este teorema nos permite encontrar los catetos o la hipotensa de un triángulo rectángulo, conocido dos de estos tres elementos.

Ejemplo: En un triángulo rectángulo el cateto $a = 3$ y el cateto $b = 4$, hallar el valor de la hipotenusa.

Solución: Aplicando el teorema de Pitágoras tenemos:

$$h^2 = a^2 + b^2$$

$$h^2 = 3^2 + 4^2$$

$$h^2 = 9 + 16$$

$$h^2 = 25$$

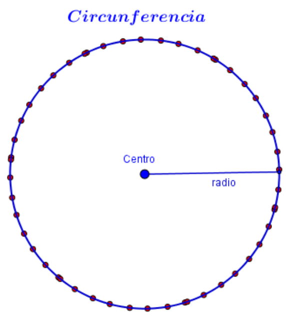
$$\sqrt{h^2} = \sqrt{25}$$

$$h = 5$$

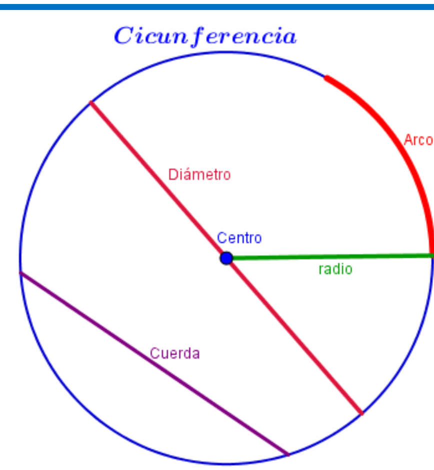
Luego la hipotenusa es igual a 5.

CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO

La **circunferencia** es el conjunto de todos los puntos que se encuentra a una misma distancia de un punto fijo llamado ***centro***.



Los elementos de la circunferencia son: radio, diámetro, cuerda, arco.

ELEMENTOS DE LA CIRCUNFERENCIA	
Centro: Es el punto que se encuentra a la misma distancia de todos los otros puntos de la circunferencia.	
Radio: Es cualquier segmento que une el centro a cualquier punto de la circunferencia.	
Diámetro: Es el segmento que pasa por el origen y que une dos puntos de la circunferencia.	
Arco: Es una parte de la circunferencia comprendida entre dos puntos.	
Cuerda: Es el segmento que une dos puntos cualesquiera de la circunferencia.	

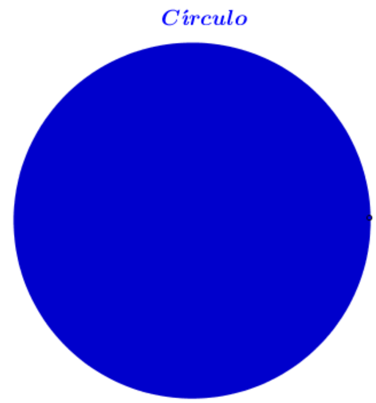
La circunferencia sólo posee longitud. En una circunferencia medimos longitud,

La longitud de la circunferencia se busca multiplicando dos π por el radio de la circunferencia.

$$Longitud\ de\ la\ circunferencia = 2\pi r$$

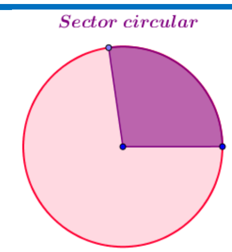
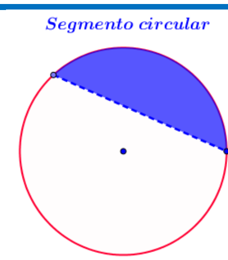
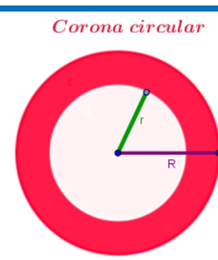
La constante π, se consigue de la relación entre la longitud de la circunferencia y el diámetro.

Tomaremos el valor de la constante como 3,14 ($\pi = 3{,}14$), para los efectos de cálculo de perímetro de la circunferencia. Como estamos midiendo la longitud la respuesta estará dada en una unidad de medida simple (cm, dm, m, etc.).



El Círculo es la región limitada por una circunferencia. El círculo posee superficie.

Al igual que la circunferencia el círculo también tiene algunos elementos importantes como lo son: sector circular, segmento circular y corona circular.

ELEMENTOS DEL CIRCULO	
Sector Circular: Es la porción del círculo delimitada por un arco de la circunferencia y dos de sus radios, o por un ángulo central del mismo.	
Segmento Circular: Es la porción del círculo delimitada por una cuerda y el arco correspondiente.	
Corona Circular: Es la figura geométrica plana delimitada por dos circunferencias concéntricas.	

En un círculo buscamos área mediante la multiplicación de π por el radio al cuadrado. Al igual que en la circunferencia tomaremos $\pi = 3{,}14$.

La fórmula del área del círculo es: $\acute{a}\boldsymbol{rea} = \boldsymbol{\pi} \times \boldsymbol{r^2}$

Ejemplo:

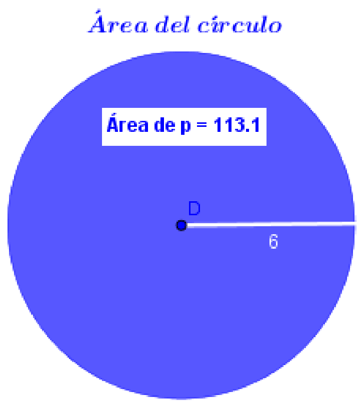
Hallar el área del círculo que tiene un radio de 6 cm.

$$\acute{a}rea = \pi \times (r)^2$$

$$\acute{a}rea = 3{,}14 \times (6\ cm)^2$$

$$\acute{a}rea = 3{,}14 \times 36\ cm^2$$

$$\acute{a}rea = 113{,}04\ cm^2$$



BIBLIOGRAFÍA

1. Varilly B., Joseph C. 2014. *Elementos de Geometría Plana*. 2ª Edición. Editorial de la Universidad de Costa Rica.

2. Ramos, Francisco. 2013. *Geometría. Teoría y Práctica*. Lima, Perú. 1ª Edición. Empresa Editora MACRO. Colección Signos

3. Baldor, Aurelio. 2006. *Geometría Plana y del Espacio*. México. 1ª Edición. Editorial Ultra, S.A.

4. Moise, Edwin & Downs, Floyd. 1970. *Geometría Moderna*. México. 1ª Edición en español. Editorial Fondo Educativo Interamericano.

TALLER N º1
SOPA DE LETRAS.

Descripción de la actividad: Jugar con una sopa de letra a la vez que divierte, refuerza el aprendizaje del estudiante. Gana el que tiene más respuestas correctas, en el menor tiempo. Es necesario que todos los grupos o equipos terminen.

Instrucciones: Lea las preguntas y busque las repuestas en la sopa de letra y encierre esas palabras en un óvalo. Las palabras pueden estar en forma vertical, horizontal, de izquierda a derecho.

1. Es la porción del plano comprendida entre dos semirrectas que tienen un origen en común…
2. El que mide menos de 90^0 se llama ángulo…
3. El que mide 90^0 se llama ángulo…
4. El que mide más de 90^0 pero menos de 180^0, se llama ángulo...
5. El que tiene una amplitud de 360^0 se llama ángulo...
6. El instrumento que se usa para medir los ángulos se llama.
7. Un ángulo llano equivale a dos ángulos…
8. Instrumento geométrico que se usa para trazar segmentos de rectas.

R	E	C	R	E	C	T	I	L	I	N	E	R
A	N	G	E	O	A	O	S	U	T	B	O	E
G	T	A	G	B	M	B	I	Ñ	E	D	A	C
U	C	C	L	T	P	S	L	A	A	M	O	T
D	E	O	A	U	L	T	S	T	A	A	N	C
O	R	M	A	S	E	U	R	A	T	E	A	O
E	A	N	G	U	L	O	A	E	I	A	Y	M
R	O	T	S	A	P	L	Y	A	C	B	A	P
R	E	P	U	S	A	L	O	B	G	T	S	L
O	L	U	N	C	U	A	D	R	A	D	O	E
T	L	A	T	R	I	A	N	G	U	L	O	T
A	R	A	C	R	E	C	T	O	S	P	A	O
T	R	A	N	S	P	O	R	T	A	D	O	R

TALLER N º2

CONSTRUCCIONES CON REGLA Y COMPÁS

Descripción

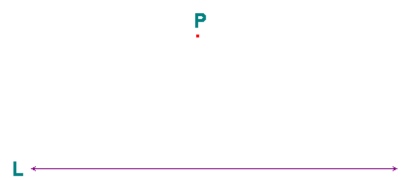
Esta guía tiene como propósito que usted conozca algunos procedimientos para construir: la perpendicular a una recta desde un punto P que no pertenece a dicha recta, Mediatriz de un segmento, una recta paralela a una recta L y que pasa por un punto P. Estas construcciones deberá realizarlas al estilo griego, es decir con regla y compás.

Recursos

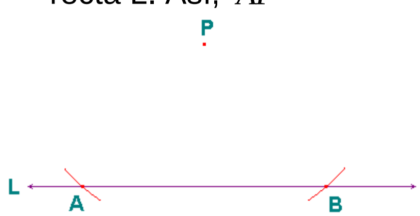
- regla — compás — papel
- lápiz — goma de borrar

1. Construcción de la perpendicular a una recta L desde un punto P que no pertenece a dicha recta.

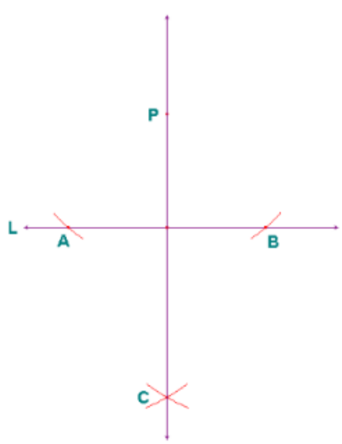
1. Dado una recta L y un punto P que no pertenece a la recta.



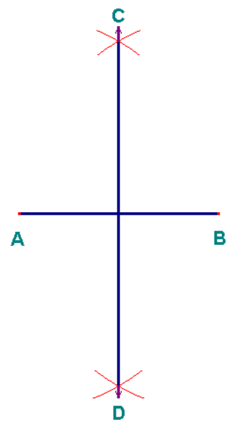
2. Con un compás y una misma abertura, con centro en P se marcan los puntos A y B en la recta L. Así, $\overline{AP} = \overline{PB}$



3. Con un compás, con centro en A y luego en B, y con una misma abertura del compás, dibuje dos arcos de circunferencia cuya intersección origina C.
4. Trace la recta que pasa por los puntos C y P.
5. Así, se construye la recta perpendicular a una recta L desde un punto P que no pertenece a dicha recta.



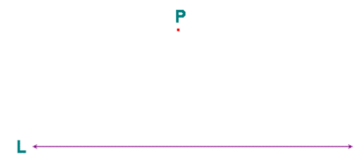
2. Construcción de la mediatriz de un segmento.

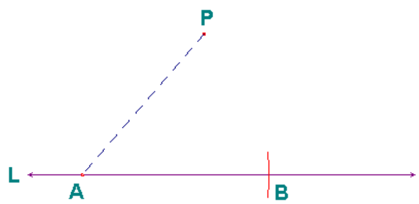


1. Dado un segmento $\overline{AB}$.
2. Con el compás y abertura mayor que la mitad de $\overline{AB}$, con centro en A y luego en B, dibuje los arcos de circunferencia que se intersectan sobre y por debajo del trazo en C y D respectivamente.
3. Trace la recta que pasa por los puntos C y D.

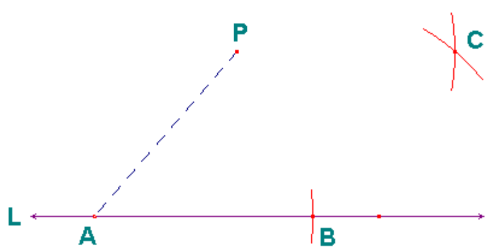
4. De esa forma, se obtiene la mediatriz del segmento $\overline{AB}$ donde M es el punto de intersección entre $\overline{AB}$ y $\overleftrightarrow{CD}$. Así, $\overline{AM} = \overline{MB}$

3. Construcción de una recta paralela a una recta L, que pasa por un punto P

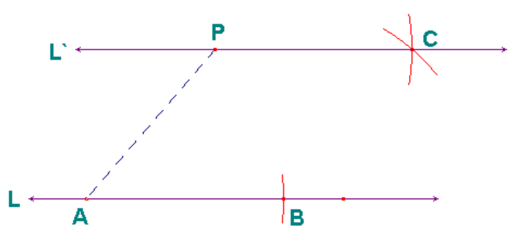




1. Dada la recta L.
2. Dibuje un punto P, que no pertenezca a L.
3. Dibuje un punto A cualquiera en la recta L.
4. Con centro en el punto A y radio $\overline{AP}$ se determine B en L, tal que $\overline{AB} \cong \overline{AP}$.



5. Utilizando la medida del trazo $\overline{AP}$, trazar arcos con centro en P y B para determinar el punto C.
6. Dibujar una recta L` que contenga los puntos P y C.



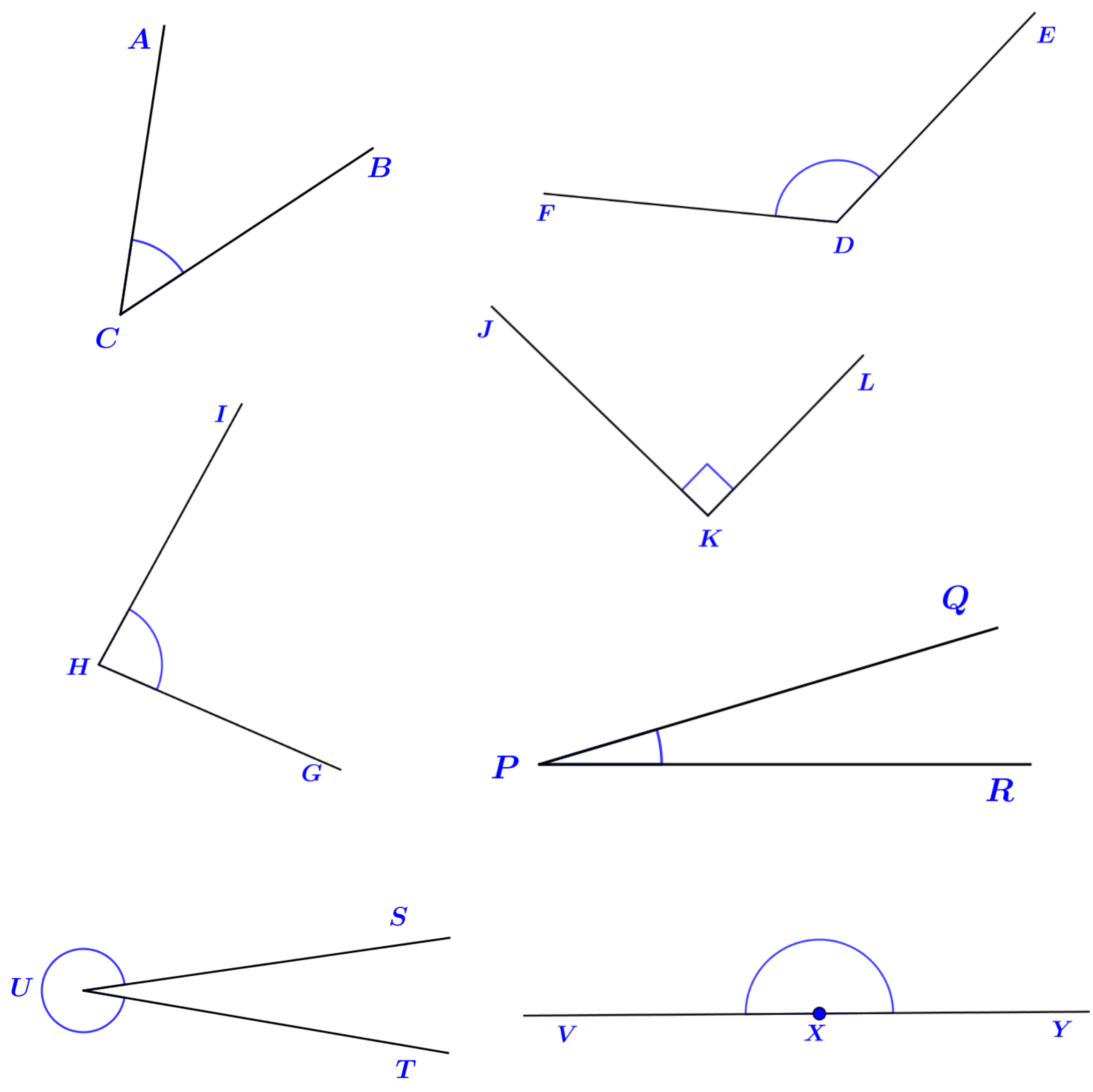
De esa forma, ha construido una recta paralela a una recta L, que pasa por un punto P que no pertenece a esa recta.

TALLER # 3
ÁNGULOS Y SU CLASIFICACIÓN

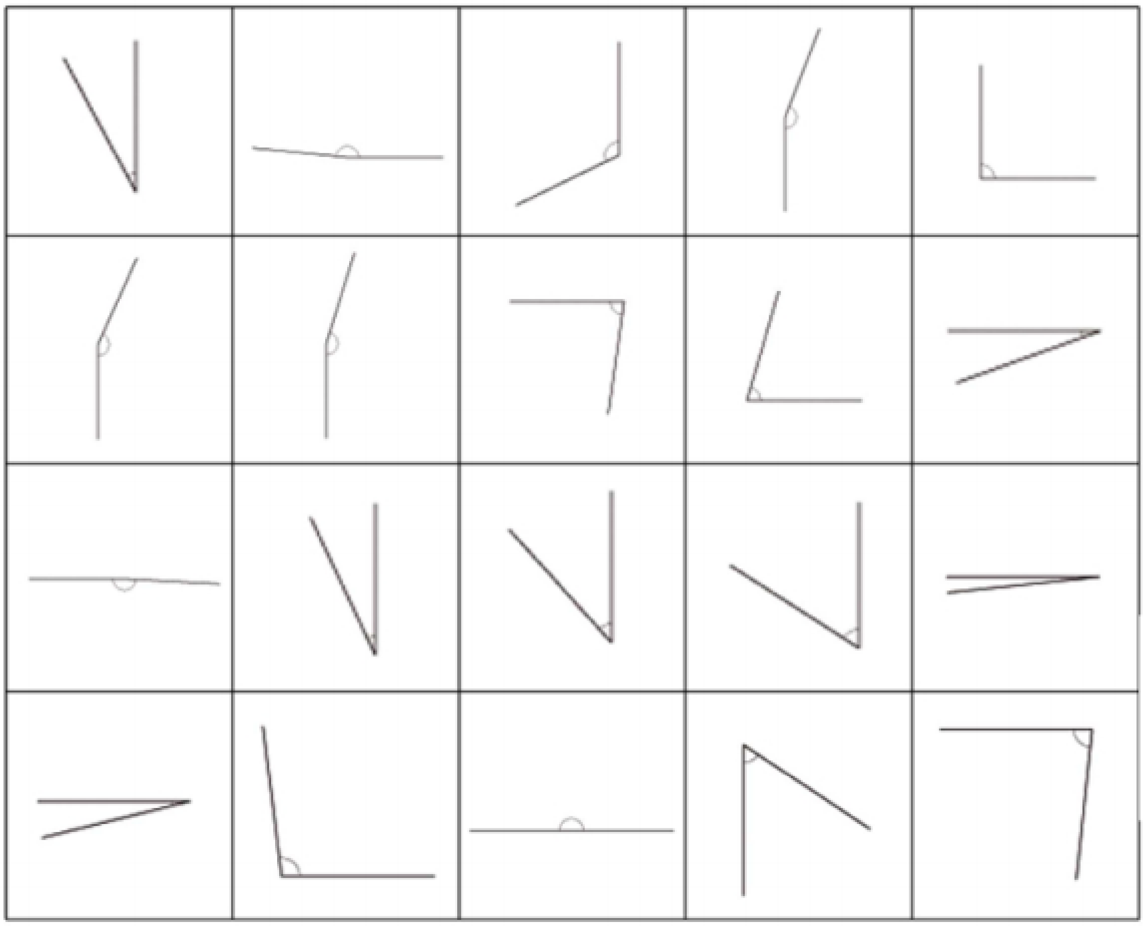
Objetivos:

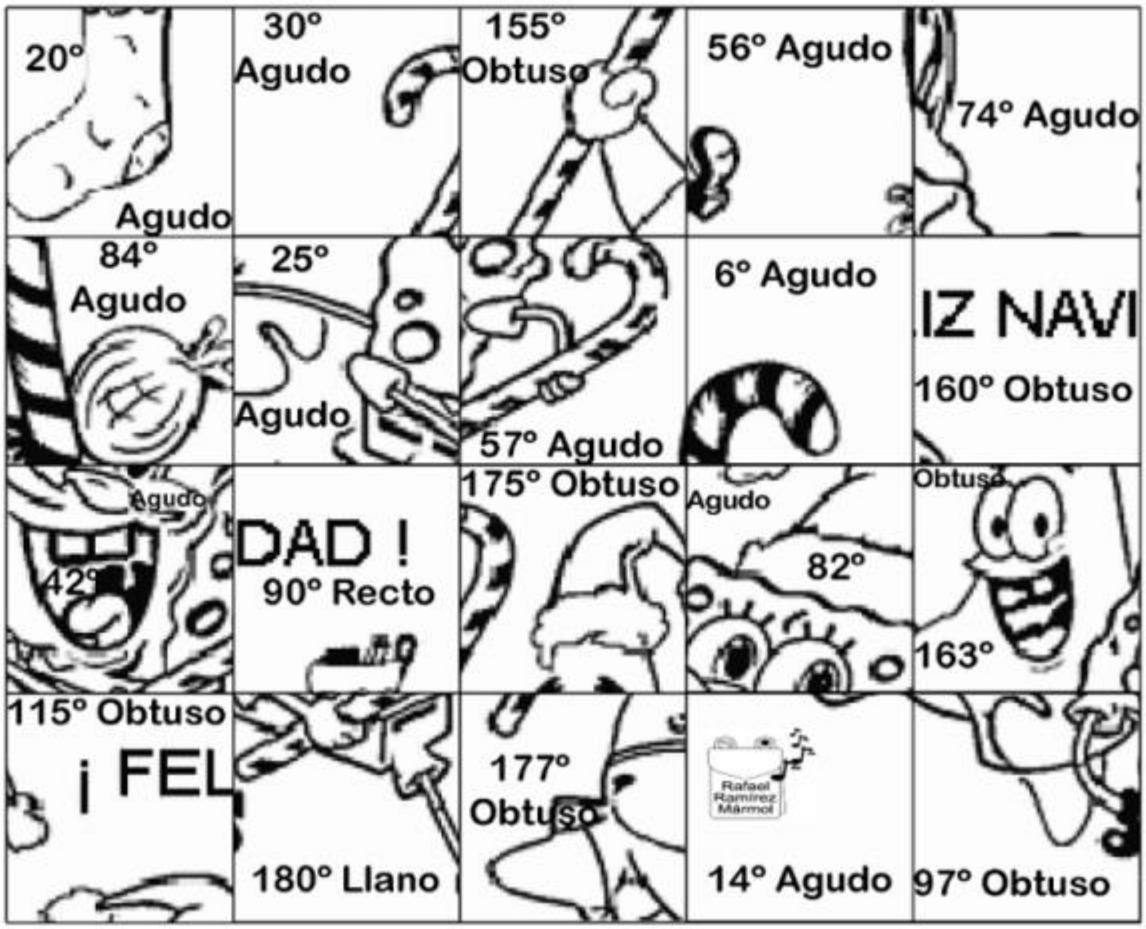
1. Medir y clasificar ángulos de acuerdo a su amplitud.
2. Resolver suma y resta de ángulos.

Actividad 1. Mide la amplitud de los siguientes ángulos con tu transportador y coloca la medida en grados.

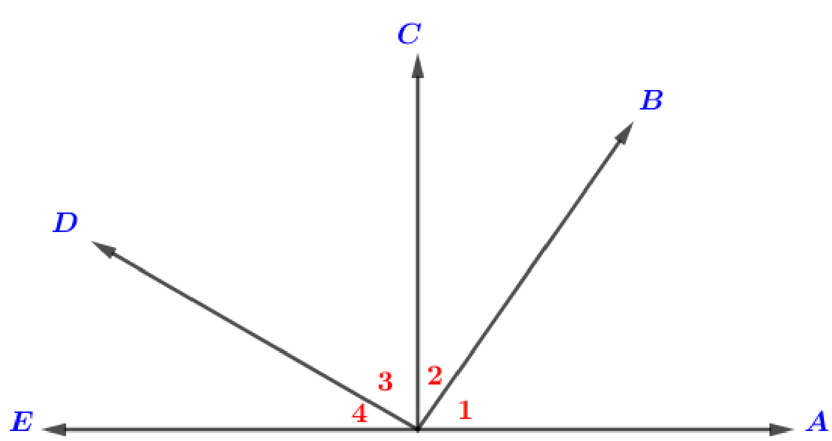


Actividad 2. Rompecabezas. Mide los siguientes ángulos y coloca las piezas según el resultado de la medida. Colorea el dibujo





Actividad 3. Con el transportador mide los ángulos 1, 2, 3 4, luego resuelve las operaciones.



1) $\angle 1 + \angle 4 =$ ____

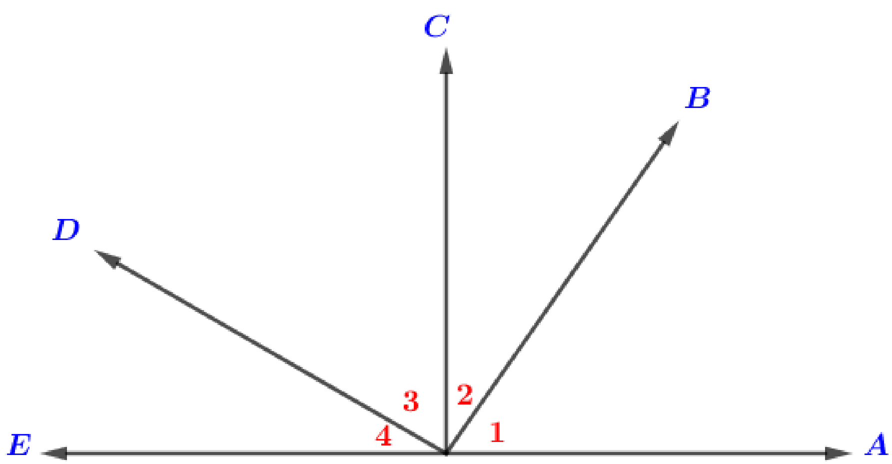
2) $\angle 2 + \angle 3 =$ ____

3) $\angle 2 + \angle 3 + \angle 4 =$ ____

4) $\angle 3 - \angle 2 =$ ____

5) $\angle 4 - \angle 1 =$ ____

Actividad 4. Con el trasportador mide los ángulos 1, 2, 3, 4 y escribe las respuestas



Encuentre:

1) El complemento de $\angle 2$ es: ______________________________________

2) El complemento de $\angle 3$ es: ______________________________________

3) El suplemento de $\angle 4$ es: ____

4) El suplemento de $\angle 1 + \angle 3$ es: __________________________________

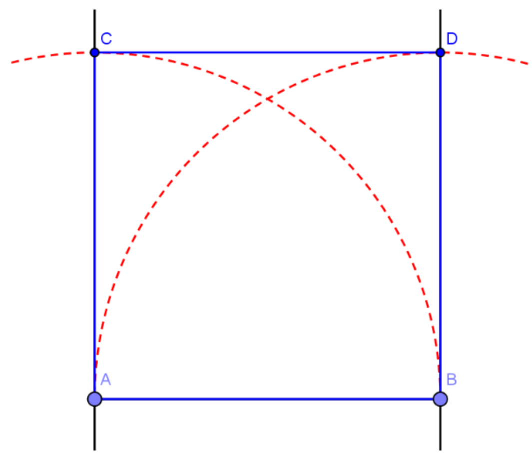
5) El suplemento de $\angle 3 - \angle 2$ es: __________________________________

TALLER # 4
CONSTRUCCIÓN DE POLÍGONO CON REGLA Y COMPÁS

ACTIVIDAD 1. Construir un Cuadrado

1. Se construye un segmento de longitud arbitrario de extremos A y B.
2. En cada uno de los extremos se construye una perpendicular.
3. Con el compás con radio igual a la longitud del segmento original, y con centro en los puntos A y B, trazan arcos de circunferencia que intersequen cada una de las perpendiculares construidas en los puntos C y D.
4. Se traza un segmento que una los puntos C y D.
5. El polígono construido es un cuadrado.

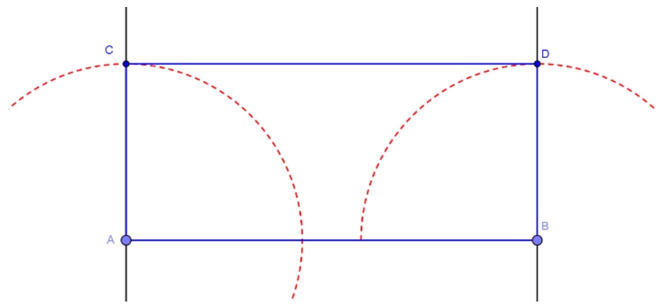
CONSTRUCCIÓN



ACTIVIDAD 2. Construir un Rectángulo

1. Se construye un segmento de longitud arbitrario de extremo A y B.
2. En cada uno de los extremos se construye una perpendicular.
3. Con el compás, con radio mayor o menor a la longitud del segmento original, y con centro en los puntos A y B, trazan arcos de la circunferencia que intersequen cada una de las perpendiculares construidas en los puntos C y D.
4. El polígono construido es un rectángulo.

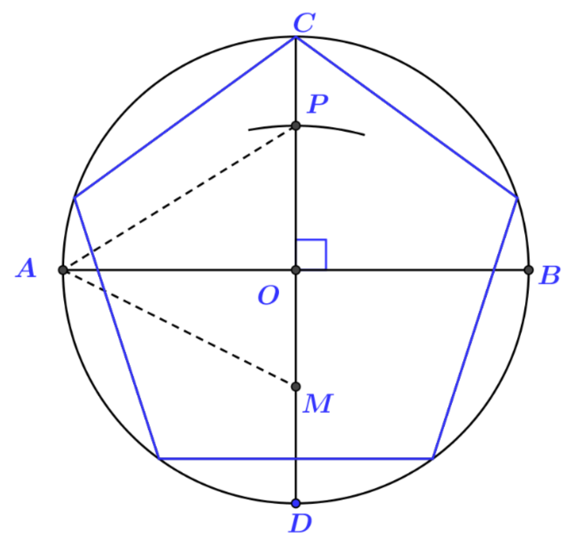
CONSTRUCCIÓN



ACTIVIDAD 3. Construir un Pentágono Regular

1. Se construye una circunferencia de centro O.
2. Se trazan dos diámetros perpendiculares AB y CD.
3. Se determina el punto medio M de uno de los radios. Digamos el radio OD.
4. Con M como Centro y la medida MA como radio se traza un arco de circunferencia que interseque al radio OC en el punto P.
5. La medida del segmento AP es la longitud de cada uno de los lados del pentágono.
6. Con el compás se trazan arcos de radio AP que intersecan la circunferencia.
7. Trazar segmentos que una estos puntos de intersección.

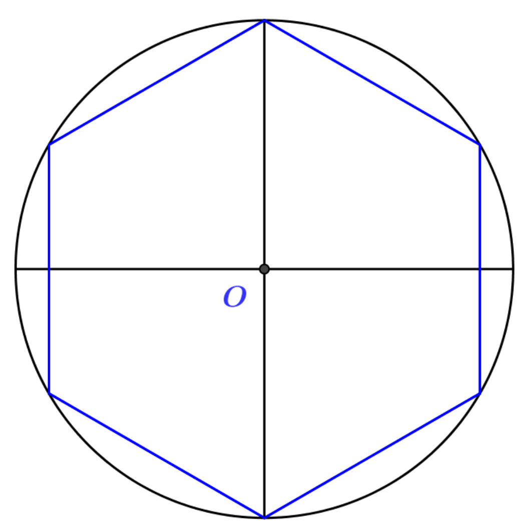
CONSTRUCCIÓN



ACTIVIDAD 4. Construir un Hexágono Regular

1. Se construye una circunferencia con centro en O.
2. Con el compás, con la medida del radio trazan arcos que intersecan la circunferencia.
3. Trazar segmentos que unen los puntos de intersección.

CONSTRUCCIÓN

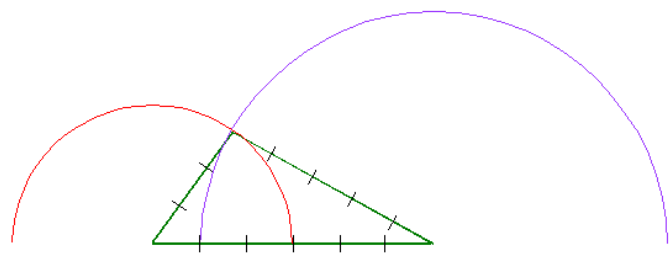


TALLER # 5
CONSTRUCCIÓN DE TRIÁNGULOS

1. **Conocidos los tres lados**

Actividad 1. Construir un triángulo de lados 3 cm, 5 cm y 6 cm.

1. Dibujamos uno de los lados del triángulo, en este caso tomaremos el lado de 6 cm.
2. Desde cada uno de los extremos de este segmento trazamos dos semicircunferencias de radio 3 cm y 5 cm. El punto donde se corten las dos semicircunferencias es el tercer vértice del triángulo.

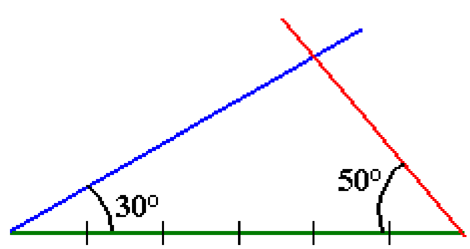


Preguntas:
¿Podrías trazar un triángulo de lados 3cm, 4cm y 8 cm?
¿Cuál es la condición para que tres segmentos formen un triángulo?

2. **Conocidos un lado y sus ángulos adyacentes**

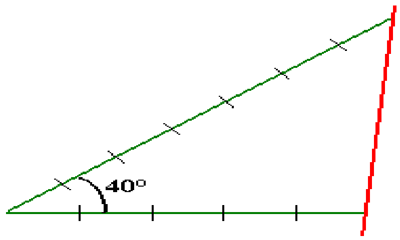
Actividad 2. Construir un triángulo con un lado de 7 cm y ángulos adyacentes de 30° y 50°.

1. Dibujamos como base un segmento de 7 cm
2. Sobre sus extremos, con la ayuda de un transportador de ángulos, dibujamos los ángulos señalados.
3. Prolongando los lados de los ángulos, hasta que se intersectan.
4. El punto de corte es el tercer vértice del triángulo.



3. **Conocidos dos lados y el ángulo comprendido**
Actividad 3: Construir un triángulo de lados 5 cm y 7 cm, siendo el ángulo comprendido de 40°.

1. Con el transportador dibujamos un ángulo de 40°.
2. Sobre los lados del ángulo señalamos dos segmentos de 5 y 7 cm, respectivamente.
3. Uniendo los extremos de los segmentos por un tercero, obtenemos el triángulo.

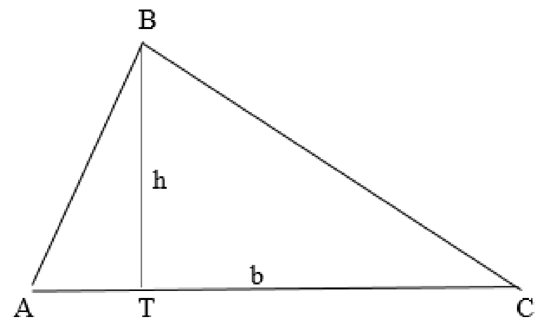


Actividades para realizar en tu cuaderno

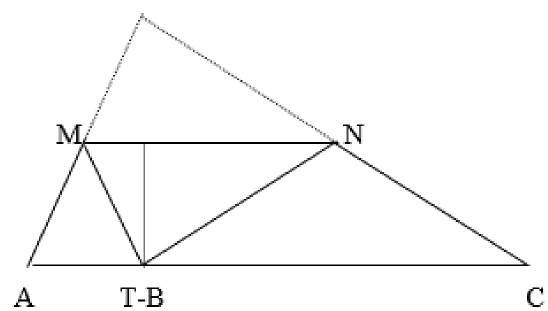
1. Construye un triángulo equilátero de 4 cm de lado.
2. Construye un triángulo con dos lados que midan 3'5 cm y 2'5 cm, de tal manera que ambos determinen un ángulo de 45°.
3. Construye un triángulo con un lado de 8 cm y ángulos adyacentes de 60° y 45°.

TALLER N° 6
COMPROBACIÓN DOBLANDO PAPEL DE LA SUMA DE LOS ÁNGULOS DE UN TRIÁNGULO.
ÁREA DEL TRIÁNGULO.

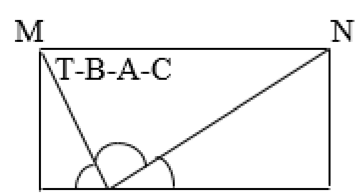
1. Recorta un triángulo cualquiera ABC. Apóyalo sobre el lado más largo. Doblando traza una altura h sobre ese lado. Llama T al pie de la altura.



2. Doblando lleva el vértice B sobre T.



3. Lleva también A y C sobre T.



4. Los tres ángulos dibujados forman un ángulo llano, es decir suman 180º. Pero esos ángulos son los ángulos del triángulo de partida. Luego los ángulos de un triángulo suman 180º.

5. El área del triángulo es el doble de la del rectángulo
   El segmento MN mide la mitad de la base AC del triángulo
   La altura del rectángulo es la mitad de la altura del triángulo $\triangle ABC$.
   Luego el área del triángulo es $2 \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{h}{2}$, simplificando se tiene:

$$\text{Área del triángulo} = \frac{base\ x\ altura}{2}$$

TALLER N° 7
EL TANGRAMA

Objetivos

1. Utilizar el tangrama para diseñar figuras geométricas.
2. Calcular el área y perímetro de figuras geométricas utilizando el tangrama.

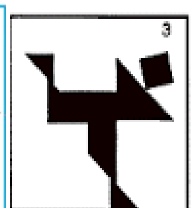
¿QUÉ ES UN TANGRAMA?

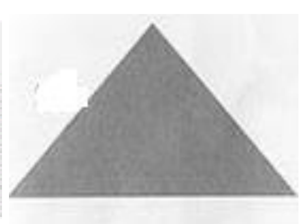
El tangram es un juego chino muy antiguo llamado "Chi Chiao Pan" que significa "Juego de los siete elementos" o "tabla de la sabiduría".El puzzle consta de siete piezas o "tans" que salen de cortar un cuadrado En el área de enseñanza de las matemáticas el tangrama se emplea para introducir conceptos de geometría plana, y para promover el desarrollo de capacidades psicomotrices e intelectuales de los niños, pues permite ligar de manera lúdica la manipulación concreta de materiales con la formación de ideas abstractas.

Actividad 1. Reconoce el nombre de cada una de las 7 piezas que componen el tangrama. Con la regla mide los lados de cada figura geométrica que componen el tangrama, anótalos y luego calcula el perímetro y área de cada figura. Muestra tus datos en una tabla.

figura	perímetro	área
1		
2		
…		
7		

Actividad 2. *Juega a hacer figuras con tu tangrama y familiarízate*. Con las siete piezas del tangrama arma las siguientes figuras. Recuerda que no puedes superpo-nerlas una arriba de otra.



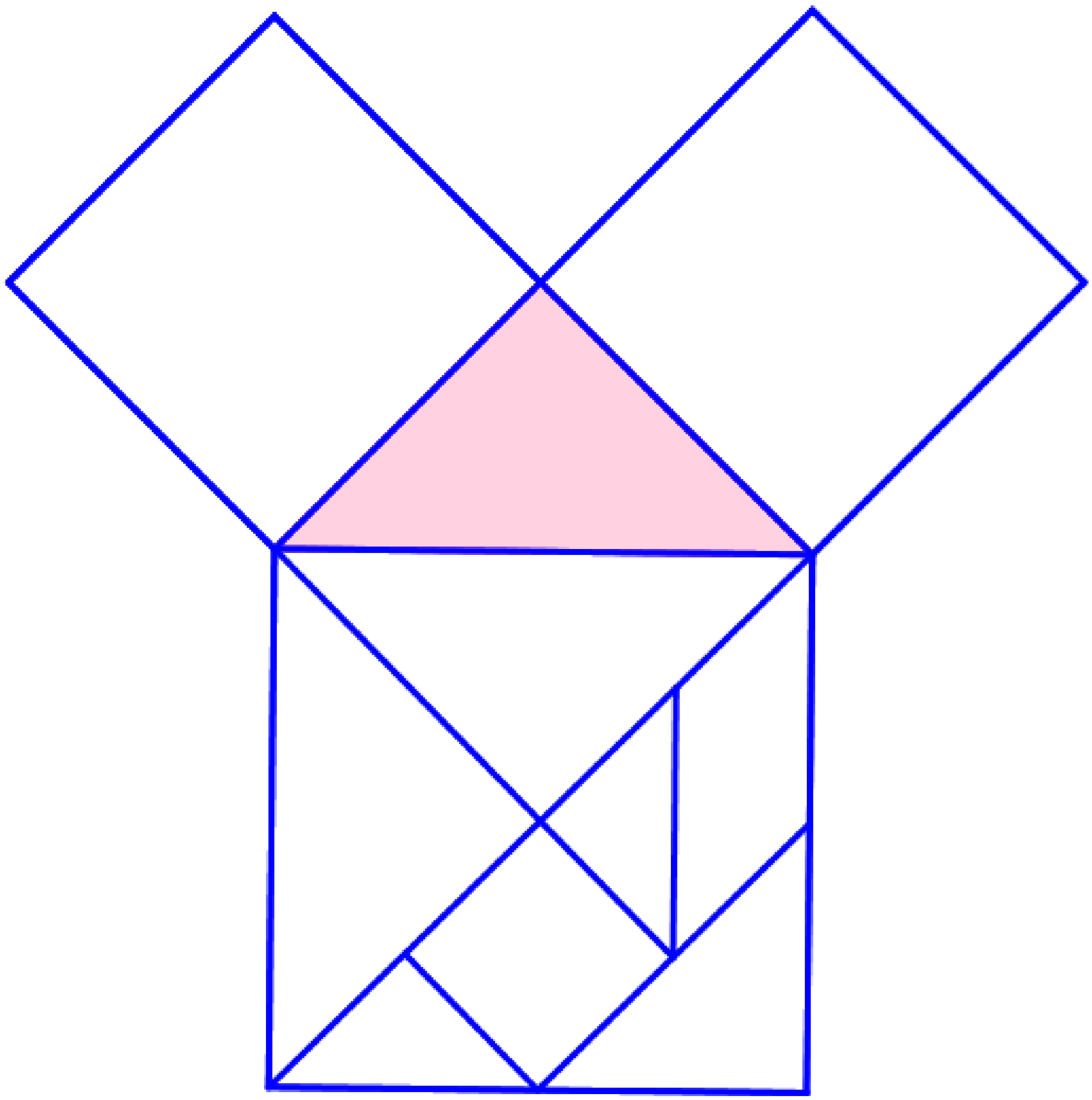


Adicional: diseña tu propia figura con el tangrama

Actividad 3. Con el uso del **tangrama** puedes crear tus propias historias o cuentos. Arma tu propia historieta o cuento con las indicaciones de tu maestro y prepara tu imaginación.

TALLER N° 8
ROMPECABEZA DEL TEOREMA DE PITAGORAS

Recorta las piezas y comprueba el teorema de Pitágoras, también puedes construirlos con el tangram.



TALLER N° 9

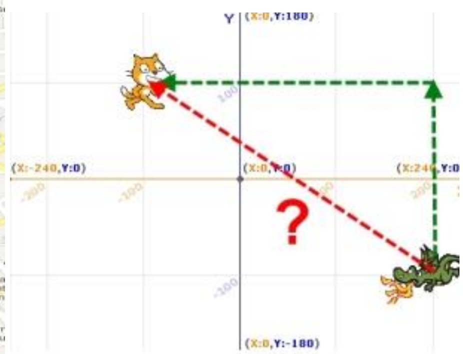
APLICACIONES DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

Objetivos: Utilizar el Teorema de Pitágoras para resolver problemas reales.

Clasificar el tipo de triángulo según sus ángulos aplicando la fórmula del teorema de Pitágoras.

Importancia del Teorema de Pitágoras

El Teorema de Pitágoras les sirvió a los egipcios ya en la antigüedad para poder trazar ángulos rectos cuando no existían las escuadras y poder así trabajar sobre mediciones en las crecientes del río Nilo.
El Teorema de Pitágoras sirve para resolver una multitud de problemas; por ejemplo de, cálculo de distancias en el plano, en los mapas, en la realidad. Si estás programando un juego y quieres que dos personajes se choquen, con la ayuda del Teorema de Pitágoras puedes encontrar la distancia entre los dos puntos.



Es una de las relaciones matemáticas más importantes dentro de la Aritmética, el Algebra y la Geometría por sus diversas aplicaciones en la determinación de distancias, alturas y áreas de terrenos y/o superficies.

Sin embargo, su máxima aplicación se da en la Trigonometría, ya que por medio de él podemos determinar el seno, el coseno y la tangente de cualquier triángulo rectángulo.

FORMULA GENERAL :

$$a^2 = b^2 + c^2$$

⊗ **Para calcular la hipotenusa "a" :**

$$a = \sqrt{b^2 + c^2}$$

⊗ **Para calcular el cateto "b" :**

$$b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

⊗ **Para calcular el cateto "c" :**

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

Sabías que, el Teorema de Pitágoras se puede afirmar el tipo de triángulo según sus ángulos .

- **$c^2 = a^2+b^2$**: es un triángulo rectángulo porque se verifica el teorema de Pitágoras.
- **$c^2 < a^2+b^2$**: es un triángulo acutángulo. Esta desigualdad se cumple para todos los lados: $b^2 < a^2+c^2$ y $a^2 < b^2+c^2$.
- **$c^2 > a^2+b^2$**: es un triángulo obtusángulo. El cuadrado del lado opuesto al ángulo mayor de 90º es más grande que la suma del cuadrado de los otros lados.

Si $a^2 = b^2 + c^2$,
el triángulo es rectángulo.
Si $a^2 > b^2 + c^2$,
el triángulo es obtusángulo.
Si $a^2 < b^2 + c^2$,
el triángulo es acutángulo.

Un poco de arquitectura:

¿Cuál es la altura del Cristo Luz? Si se tienen en cuenta las medidas de la figura y sabiendo que la plataforma donde se encuentra apoyada la estatua es perpendicular a la misma.

El teorema de Pitágoras nos dice que:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

¿Qué medida conocemos?; la hipotenusa y un cateto.

$$Hipotenusa\ mide\ 17\ m;\ \ un\ cateto\ mide\ 15\ m$$

En este caso tenemos la medida de la hipotenusa y de un cateto, por lo tanto lo podemos plantear de la siguiente forma:

$$17^2 = 15^2 + c^2$$

Despejamos c; $c = \sqrt{17^2 - 15^2}$

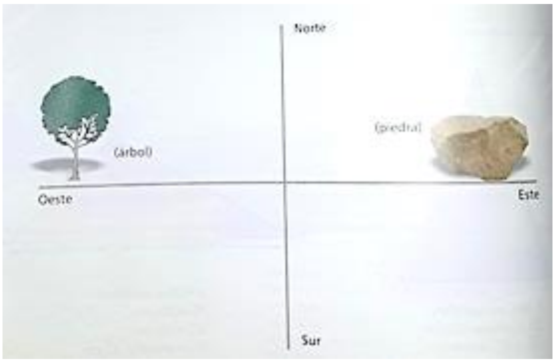
$$c = 8$$

R: La altura del Cristo Luz, es de 8 m

Actividad 1. Resuelva los siguientes problemas aplicando el teorema de Pitágoras

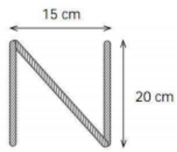
1. Un muro vertical de 7 metros de alto sirve como represa de control de un canal cuya pendiente constante. Cuándo el agua ha alcanzado la altura máxima del muro, el espejo del agua tiene longitud de 15 m. Calcula la longitud de pendiente.

2. En un juego que compró Jorge, viene un acertijo para encontrar un tesoro las instrucciones son las siguientes.

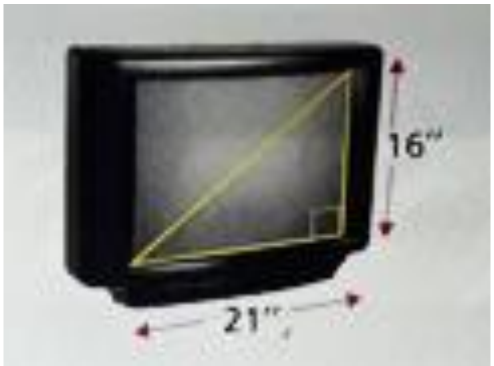


a) Camina 10 pasos de largo hacia el este y luego 24 pasados hacia el Norte
b) ¿Calcula en línea recta la distancia que hay del árbol al punto en el que estás?
c) Camina hacia el este de la piedra la distancia en b) y dibuja una cruz.
d) Camina 50 pasos hacia el norte de la cruz.
¿A qué distancia de piedra se encuentra el tesoro?

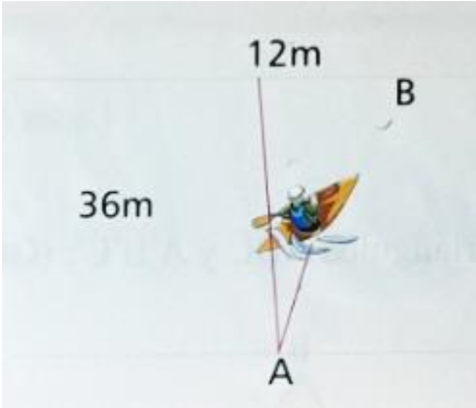
3. La letra "N" se ha construido con treslistones de madera, los listones verticles son de 20cm y están separado 15cm. ¿ Cuántomide el liston diagonal ?.



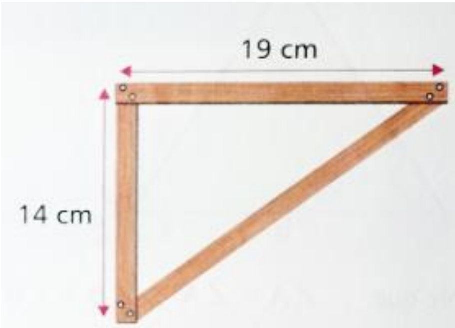
4. La medida de la pantalla de un televisor se determina por la longitud de sus diagonales. Si la pantalla de un televisor mide 21" × 16", ¿Cuánto mide sus diagonales?



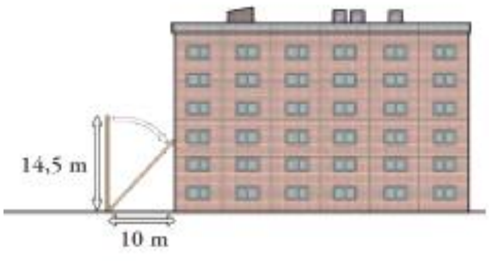
5. Un remero cruza un río desde el punto A, hasta la otra orilla en el punto B. Por el arraste de la corriente que distancia remó?



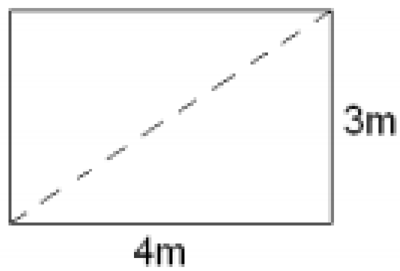
6. Un carpintero está construyendo soportes de pared como se indica en la figura. De qué se longitud debe ser la tercera tabla?



7. Una escalera de bombero de 14,5m de longitud se apoya en la fachada de un edificio, poniendo el pie de la escalera a 10m del edificio.¿ Qué altura en metro, alcanza la escalera?.



8. El dormitorio de Lenn es rectangular, y sus lados mide 3 y 4 metros. Ha decidido dividirlo en dos partes triángulares con una cortina que une dos vértices opuestos.
¿ Cuántos metros deberá medir la cortina?.



9. Atendiendo al Teorema de Pitágoras, clasifica los triángulos cuyos lados se dan a continuación:

a) a = 9   b = 12   c= 15

b) a = 10   b = 9   c = 12

c) a = 44   b = 33   c = 55

d) a = 12   b = 11   c = 16

e) a = 15   b = 13   c = 20

TALLER # 10
"LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA"

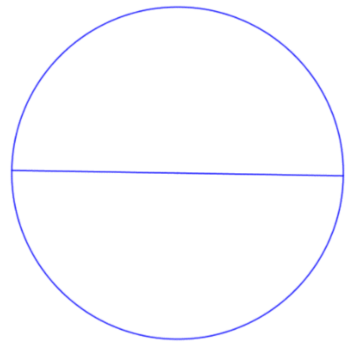
Para un polígono usted encuentra el perímetro sumando las medidas de sus lados. En una circunferencia no hay lados que sumar. Necesita un método diferente para hallar la longitud de la circunferencia.

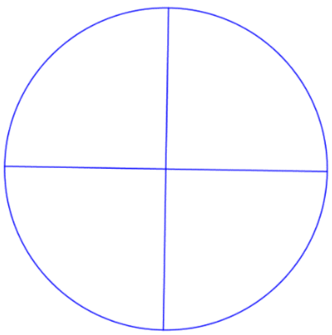
1. Trae 8 objetos donde puedas medir la longitud de circunferencias de distinta longitud (latas de leche, latas de jugo, latas de soda, etc.)
2. Coloca un cordón de hilo o cinta alrededor de la circunferencia y corta el cordón.
3. Mide con una regla en cm el cordón del paso 2.
4. Mide en cm el diámetro de cada objeto.
5. Coloca los datos obtenidos en los puntos 3 y 4 en la tabla.
6. Divide la longitud de la circunferencia entre el diámetro de cada objeto.
7. ¿Comenta con tus compañeros si encuentras alguna relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro?

Objeto	Longitud de la circunferencia en cm (cordón alrededor del objeto) L	Diámetro de la circunferencia (cm) D	Cociente entre la longitud de la circunferencia y su diámetro. L/D
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			

TALLER # 11
ÁREA DEL CIRCULO

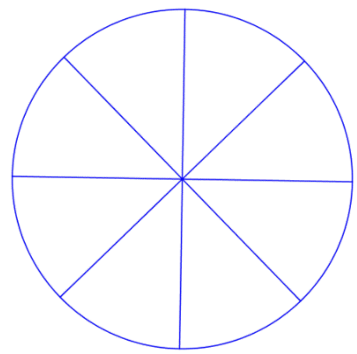
1. Dibuje un Círculo en papel de construcción y recórtelo. Les pide que lo doblen por la mitad, obteniendo así dos semicírculos de igual área, así

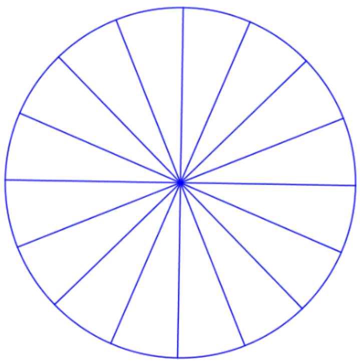




2. Luego doblan cada semicírculo por la mitad, obteniendo 4 sectores circulares, así:

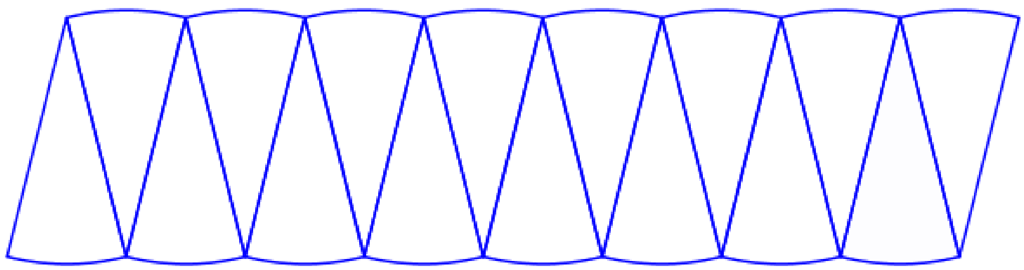
3. Nuevamente se doblan los cuatro sectores circulares por la mitad y se obtienen 8 sectores circulares así:





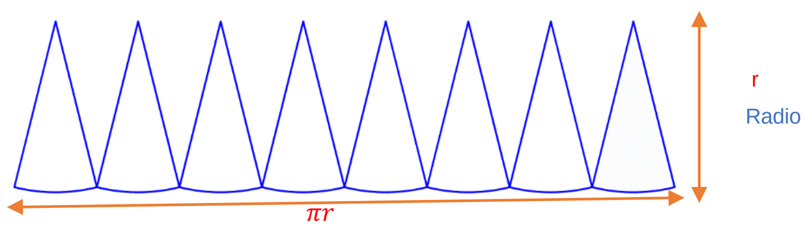
4. Una vez más se doblan los 8 sectores circulares por la mitad y se obtiene 16 sectores circulares así:

5. Recorte por cada uno de los dobleces (radio del círculo) y obtenga los 16 sectores circulares que se han formado. Los invita a que arreglen estos sectores de la siguiente manera:



6. Si hubiesen realizado más dobleces contaría con un mayor número de sectores circulares, de tal forma que se tiende a formar un rectángulo cuya altura es igual al radio del circulo dado y la base es la mitad de la longitud de la circunferencia, es decir $\pi\, r$.

La base es la mitad de la longitud de la circunferencia porque solo hay 8 sectores circular



7. Si calculan el área de este rectángulo se obtiene que:

$$A_C = (\pi\, r)(r) = \pi\, r^2$$

que es el área de un circulo de radio r.

TALLER # 12

LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA Y ÁREA DE CÍRCULO

RESUELVA

1. Calcula la longitud de una circunferencia de radio 2.5 cm.

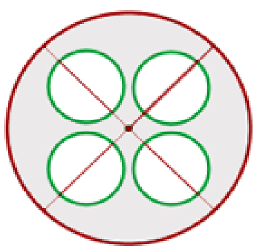
2. La longitud de una circunferencia es 43.96 cm. ¿Cuál es el área del círculo?

3. Las ruedas de una bicicleta tienen 30 cm de radio, ¿Cuánto recorre entonces la bicicleta si las ruedas dan vueltas 50 veces?

4. Una pista circular tiene un radio de 80 m. un corredor que va por el borde de la pista da 100 vueltas. ¿Cuántos metros recorre aproximadamente?

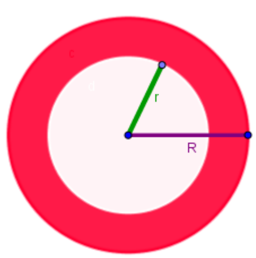
5. En un parque de forma circular de 700 m de radio hay situada en el centro una fuente, también de forma circular, de 5 m de radio. Calcula el área de la zona de paseo.

6. Calcula el área de la parte sombreada, si el radio del círculo mayor mide 6 cm y el radio de los círculos pequeños miden 2 cm



7. Calcule el área de la corona circular cuyos radios de los círculos son : r_1 = 10cm y r_2 = 4cms.

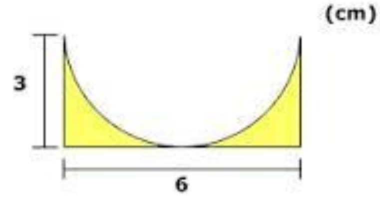
Corona circular



8. La longitud de la circunferencia es 628 cm ¿Cuánto mide el área del círculo ?

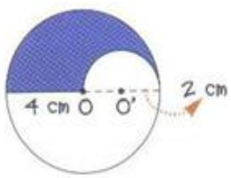
9. El diámetro de un círculo es 8 m. Calcula su longitud y su área ?

10. Calcule el área de la región sombreada



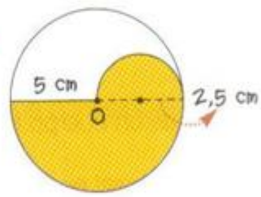
Calcula el área y perímetro de cada figura pintada.

11.



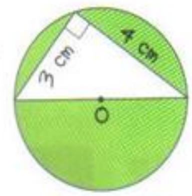
A = P =

13.



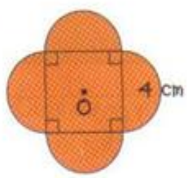
A = P =

15.



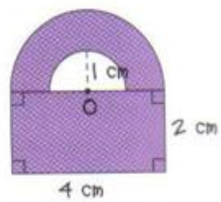
A = P =

12.



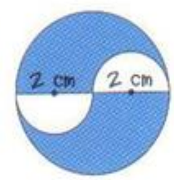
A = P =

14.



A = P =

16.



A = P =